

# БЕЗОПАСНОСТЬ В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ

## SAFETY IN EMERGENCY SITUATIONS

УДК 81.92

DOI 10.21685/2307-4205-2018-3-16

Б. Ф. Безродный, И. Ф. Безродный, А. С. Виноградов

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРЯДКА ПРИМЕНЕНИЯ СРЕДСТВ И МЕРОПРИЯТИЙ ОБЕСПЕЧЕНИЯ АБСОЛЮТНОЙ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОБЪЕКТА

B. F. Bezrodnyy, I. F. Bezrodnyy, A. S. Vinogradov

### STREAMLINING USE OF FUNDS AND ACTIVITIES ENSURING THE ABSOLUTE FIRE SAFETY OF THE OBJECT

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Вероятность возникновения пожара на том или ином объекте является объективной величиной, характеризующей степень его пожарной опасности. В отличие от известного многим пожарного риска, расчет которого проводится по сомнительным методикам, не прошедшим даже минимальной апробации в реальных условиях, статистические данные не могут быть опровергнуты по желанию какого-либо оппонента. Актуальность имеет под собой и экономическую составляющую: требования по оснащению объекта защиты специальными устройствами, начиная от датчиков пожарной сигнализации (самый минимум) и заканчивая автоматическими установками пожаротушения как максимум, требуют порой существенных финансовых затрат. При этом нормативные документы, регламентирующие вопросы оснащения системами, до настоящего времени не учитывают вероятность возникновения пожара. *Материалы и методы.* На основе вероятностно-игровой модели предложен метод определения (оценки) оптимальных значений частот (вероятностей) применения средств и мероприятий для обеспечения полной (абсолютной) пожарной безопасности объекта на основе максимизации вероятности реализации такой ситуации, как с учетом проявления различных дестабилизирующих факторов, так и без него. *Результаты.* Предложенный метод моделирования позволил установить связь между вероятностью

**Abstract.** *Background.* The probability of fire at a particular facility is an objective value, which characterizes its degree of fire hazard. Unlike many known fire risk, the calculation of which is held by questionable methods have not been even minimal testing in real conditions, statistical data cannot be refuted at the request of any opponent. Topicality is and economic component: requirement to equip protection object special devices, ranging from fire alarm sensors is the minimum, and ending automatic fire extinguishing installations-as maximum, require sometimes significant financial costs. While regulations governing equipment systems, thus far, do not take into account the likelihood of fire. *Materials and methods.* Based on the probabilistic model slot method definitions (evaluation) the optimal values of the frequency (probability) of tools and activities to ensure the full (absolute) fire safety object based on the maximization of the probability the realization of such a situation, both in view of the various manifestations of destabilizing factors, and without it. The probability of fire at a particular facility is an objective value, which characterizes its degree of fire hazard. Unlike many known fire risk, the calculation of which is held by questionable methods have not been even minimal testing in real conditions, statistical data cannot be refuted at the request of any opponent. Topicality is and economic component: requirement to equip protection object special devices, ranging from fire alarm sensors is the minimum, and ending automatic fire

стью возникновения пожара на объекте, входящем в выборку однотипных объектов защиты, опыт эксплуатации которых позволяет оперировать надежными, обоснованными и объективными данными о пожарной опасности. В качестве максимальной задачи показана возможность технико-экономического обоснования того или иного способа обеспечения пожарной безопасности, соответствующих мероприятий и в конечном итоге оптимизации финансовых затрат на безопасность. *Выводы.* Отсутствие учета объективных статистических данных по пожарам и загораниям на объектах защиты в требованиях нормативных документов о пожарной опасности приводит зачастую к излишним затратам на обеспечение пожарной безопасности. Оптимизация этих затрат, вплоть до полного обнуления, возможна на основании объективных статистических данных с использованием вероятностно-игровой модели.

**Ключевые слова:** система пожарной безопасности (ПБ), риск возникновения пожара, установка пожаротушения, функциональный цикл, полное обеспечение ПБ, инновации, статистика пожаров.

extinguishing installations-as maximum, require sometimes significant financial costs. While regulations governing equipment systems, thus far, do not take into account the likelihood of fire. Materials and methods. Based on the probabilistic model slot method definitions (evaluation) optimal values (probabilities) application. *Results.* The proposed method of modeling revealed the relationship between the probability of a fire at the facility, which is included in the sample of similar objects of protection operation experience which allows to operate with reliable, reasonable and objective information about fire danger. In the maximum task shows the possibility of a feasibility study of a method of fire safety, and ultimately optimize financial costs of security. *Conclusions.* Lack of objective statistics on fires and zagoraniyam on the objects of protection requirements of regulatory documents on fire danger often leads to unnecessary costs of fire safety. Optimization of these costs until the reset is possible based on objective statistical data using a probabilistic game model.

**Key words:** the system of fire safety (FS), risk of the fire, fire extinguishing systems, the functional cycle, the full support of FS, innovations, statistics of fires.

В настоящее время особую актуальность приобретает оперативная коррекция как набора средств и мероприятий, используемых для обеспечения пожарной безопасности, так и порядка использования его вариантов, с целью достижения максимума вероятности полного или абсолютного обеспечения пожарной безопасности (ПБ). Поэтому данная статья посвящена разработке методики определения оптимального, в смысле максимума вероятности обеспечения ПБ, порядка применения различных вариантов набора средств и мероприятий.

Для расчета вероятностей полного обеспечения ПБ с учетом условных (при условии использовании определенных средств и мероприятий) вероятностей их воздействия на уровень ПБ, а также безусловных вероятностей, как применения сотрудниками службы пожарной безопасности средств и мероприятий, так и проявления различных дестабилизирующих пожарную безопасность факторов, можно воспользоваться следующими формулами:

$$P(A_i) = \sum_{j=1}^{k_i} P(A_i | B_{ij}) P(B_{ij}) = \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij}, \quad (1)$$

где  $r_{ij} = P(A_i | B_{ij})$  – условная вероятность полного обеспечения ПБ  $i$ -го участка объекта, при условии выбора для обеспечения  $j$ -го набора средств и мероприятий, а  $q_{ij} = P(B_{ij})$  – безусловная вероятность выбора из возможных вариантов  $j$ -го набора средств и мероприятий для обеспечения безопасности  $i$ -го участка объекта, т.е. частота, с которой он выбирается:

$$P = \prod_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^{k_i} P(A_i | B_{ij}) P(B_{ij}) \right] = \prod_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij} \right], \quad (2)$$

$$P(A_i) = \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} P(A_i | B_{ij} | \Pi_{it}) P(B_{ij}) P(\Pi_{it}) = \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} d_{ijt} q_{ij} w_{it}, \quad (3)$$

$$P = \prod_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} P(A_i | B_{ij} | \Pi_{it}) P(B_{ij}) P(\Pi_{it}) \right] = \prod_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} d_{ijt} q_{ij} w_{it} \right]. \quad (4)$$

Вероятность  $w_{it} = P(\Pi_{it})$  определяет частоту проявления на  $i$ -м участка объекта  $t$ -го варианта набора факторов, дестабилизирующих пожарную безопасность (ПБ).

Вышеупомянутые условные вероятности полного обеспечения ПБ  $r_{ij} = P(A_i | B_{ij})$  и  $d_{ijt} = P(A_i | B_{ij} | \Pi_{it})$  могут быть вычислены с использованием известных моделей и методик [1] и в конечном итоге сводятся в таблицы, а безусловные вероятности  $P(B_{ij}) = q_{ij}$  и  $P(\Pi_{it}) = w_{it}$  ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, k_i; t = 1, \dots, n_i$ ) являются в общем случае варьируемыми величинами (переменными). При этом их значения следует выбирать в рамках общепринятого математического подхода, ориентируясь на наихудший с точки зрения критерия эффективности вариант, рассматривая их либо как антагонистически управляемые переменные, либо по ним необходимо усреднять критерий эффективности, когда мы их в силу априорной неопределенности считаем случайными факторами [2]. В итоге на них накладываются ограничения, естественные для вероятностей событий, образующих полную группу, т.е.

$$0 \leq w_{it} \leq 1; t = 1, \dots, n_i; \sum_{t=1}^{n_i} w_{it} = 1, \text{ для любого } i = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Напротив, выбор оптимальных значений величин  $q_{ij}$ , максимизирующих критерий эффективности, составляет в конечном итоге суть процесса оптимизации порядка выбора из возможных вариантов набора средств и мероприятий обеспечения ПБ, используемых сотрудниками службы пожарной безопасности при полном обеспечении ПБ объекта и его отдельных участков.

На них, аналогично (5), следует наложить естественные ограничения:

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; j = 1, \dots, n_i; \sum_{j=1}^{n_i} q_{ij} = 1, \text{ для любого } i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Основную сложность при постановке задачи оптимизации порядка применения различных наборов средств и мероприятий обеспечения ПБ, используемых сотрудниками службы пожарной безопасности при полном обеспечении ПБ объекта, представляет задание стоимостных ограничений. Дело в том, что множества вариантов наборов средств и мероприятий обеспечения ПБ, используемые для обеспечения ПБ на различных участках объекта, могут как не пересекаться или пересекаться, так и просто совпадать. Данный факт обуславливает возможность использования одного и того же варианта наборов средств и мероприятий при обеспечении полной ПБ на различных участках объекта, что в свою очередь затрудняет оценку общей стоимости применяемого на различных участках варианта набора средств и мероприятий обеспечения ПБ. Это значительно усложняет формализацию получения такой оценки и приводит к оптимизационной задаче, разрешимой в общем случае лишь путем полного перебора всех различных вариантов набора средств и мероприятий обеспечения полной ПБ в дискретном случае (величины  $q_{ij}$  изменяются с некоторым фиксированным дискретом), а при непрерывном изменении вероятностей  $q_{ij}$  — становится численно практически неразрешимой [3]. Поэтому для преодоления возникшей вышеописанной трудности введем понятие удельной амортизационной стоимости каждого средства или мероприятия, используемого для обеспечения ПБ, что позволяет нам получить аддитивные ограничения стоимости используемых наборов средств и мероприятий обеспечения ПБ на каждом из участков защищаемого объекта.

Пусть  $C$  — стоимость конкретного, используемого сотрудниками службы пожарной безопасности средства или мероприятия обеспечения ПБ, т.е. затраты на его оснащение, документирование, подготовку специалистов для его осуществления и иные затраты, связанные с его подготовкой и реализацией;  $T$  — среднее время его использования при функционировании объекта или участка (например, продолжительность выполнения определенной функции объекта или участка), а  $t$  — предписанная нормативными документами или плановая периодичность применения рассматриваемого средства или мероприятия обеспечения ПБ, т.е. среднее время между актами его использования. Будем считать, что затраты на амортизацию средства или проведение мероприятия обеспечения

ПБ распределяются равномерно в течение всего срока функционирования объекта или участка. Такое допущение на практике является вполне приемлемым. Тогда удельная амортизационная стоимость однократного применения этого средства или мероприятия обеспечения ПБ можно оценить по формуле

$$C_{уд} = \frac{Ct}{T}. \quad (7)$$

Естественно, формула (7) является очень приближенной и упрощенной. Ее можно уточнить, вводя различные значения  $t$  для различных участков защищаемого объекта и наборов средств и мероприятий обеспечения ПБ. Однако смысл ее от этого не изменится. Таким образом, если мы сложим удельные амортизационные стоимости средств или мероприятий обеспечения ПБ, входящих в  $j$ -й вариант набора средств и мероприятий, используемый на  $i$ -ом участке защищаемого объекта, то получим удельную амортизационную стоимость  $c_{ij}$   $j$ -го варианта набора средств и мероприятий для  $i$ -го участка защищаемого объекта. Учитывая безусловные вероятности  $q_{ij}$  применения  $j$ -го варианта набора средств и мероприятий на  $i$ -м участке защищаемого объекта, получаем стоимость  $C_i$  полного обеспечения пожарной безопасности  $i$ -го участка защищаемого объекта как ее математическое ожидание

$$C_i = \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij}. \quad (8)$$

Тогда итоговую стоимость полного обеспечения пожарной безопасности защищаемого объекта можно посчитать по формуле

$$C = \sum_{i=1}^N C_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij}. \quad (9)$$

Отметим, что необходимые данные для вычисления удельной амортизационной стоимости однократного применения конкретного средства или мероприятия обеспечения ПБ по формуле (7) или ее уточненному варианту (при необходимости учета специфики конкретного участка защищаемого объекта и конкретного варианта набора используемых средств и мероприятий обеспечения ПБ), как правило, содержатся в технико-экономических обоснованиях и сметах расходов на разработку и внедрение систем обеспечения ПБ. Это позволяет удельные амортизационные стоимости однократного применения средств и мероприятий обеспечения ПБ  $c_{ij}$  просто затабулировать.

Теперь приступим непосредственно к постановке задачи оптимизации порядка применения вариантов набора средств и мероприятий, обеспечивающих полную пожарную безопасность, на основе максимизации вероятности исключения возникновения пожара на объекте или участке объекта с учетом стоимостных ограничений путем выбора оптимальных значений безусловных вероятностей  $q_{ij}$  применения  $j$ -го варианта набора средств и мероприятий обеспечения ПБ на  $i$ -м участке объекта ( $j = 1, \dots, k_i; i = 1, \dots, N$ ).

Итак, мы обозначили через  $P$  вероятность исключения возникновения пожара на защищаемом объекте, что соответствует полному обеспечению пожарной безопасности, а через  $C$  – стоимость набора средств и мероприятий обеспечения ПБ.

В качестве критерия эффективности набора средств и мероприятий обеспечения ПБ целесообразно выбрать вероятность исключения возникновения пожара на защищаемом объекте, что соответствует полному обеспечению пожарной безопасности  $P$ .

Остается обозначить через  $C_0$  максимально допустимую величину стоимости набора средств и мероприятий обеспечения ПБ, определяемую из экономических возможностей службы обеспечения пожарной безопасности объекта. Тогда задача оптимизации будет иметь вид

$$P \rightarrow \max, \text{ при } C \leq C_0. \quad (10)$$

Если на практике появляется необходимость минимизировать стоимость набора средств и мероприятий, то следует задать минимально допустимую вероятность возникновения пожара на объекте (или участке объекта)  $P_0$ , тогда задача оптимизации, двойственная к задаче (10), будет иметь вид

$$C \rightarrow \min, \text{ при } P \geq P_0. \quad (11)$$

Также при оценке эффективности набора средств и мероприятий обеспечения ПБ по широко известному [4] критерию эффективность/стоимость задача оптимизации преобразуется в

$$P / C \rightarrow \max. \quad (12)$$

Однако наиболее приемлемым с практической точки зрения критерием эффективности набора средств и мероприятий обеспечения ПБ является вероятность полного обеспечения ПБ, а задачу оптимизации порядка применения вариантов набора средств и мероприятий обеспечения ПБ наиболее целесообразно ставить в виде (10). Постановка ее в виде (11) целесообразна лишь в случае, когда имеют место значительные финансовые трудности, а значение  $P_0$  близко к единице. Постановка оптимизационной задачи в виде (12) с точки зрения общепринятой теории оценки эффективности [3] является классикой, однако, с практической точки зрения, применительно к защите особо важных и ответственных объектов (например, оборонного назначения, атомной энергетики или оперативного управления) – малосодержательной. Такая постановка рассматриваемой оптимизационной задачи в целом ряде случаев приводит к оптимальным решениям, характеризующимся невысокой вероятностью полного обеспечения ПБ при относительно скромных затратах на функционирование всей системы обеспечения пожарной безопасности.

Учитывая формулы (2), (9) и ограничения (6), оптимизационная задача (10) принимает вид

$$P_{\max} = \max_{q_{ij}} \prod_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij} \right], \quad (13)$$

$$\text{при } \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \quad \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} \leq C_o;$$

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; \quad j = 1, \dots, k_i; \quad i = 1, \dots, N.$$

Постановка (13) оптимизационной задачи (10) соответствует случаю, когда проявление различных наборов дестабилизирующих факторов принимается случайным, а условная вероятность  $P(A_i | B_{ij})$  успешного завершения  $i$ -го участка объекта при использовании сотрудниками службы пожарной безопасности  $j$ -го набора средств и мероприятий ПБ по вариантам проявления различных наборов дестабилизирующих факторов усредняется, т.е.  $P(A_i | B_{ij})$  принимается равным математическому ожиданию вероятности  $P(A_i | B_{ij} | \Pi_{it})$ .

Если же такое усреднение не проводить, а принять игровую модель [5], при которой проявление различных наборов дестабилизирующих факторов не является случайным, а рассчитывается на наихудший случай (минимаксный подход, соответствующий модели антагонистической игры), то оптимизационная задача (10) с учетом формул (4), (9) и ограничений (5) и (6) примет вид

$$P_{\max} = \max_{q_{ij}} \min_{w_{it}} \prod_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} d_{ijt} q_{ij} w_{it} \right], \quad (14)$$

$$\text{при } \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \quad \sum_{t=1}^{n_i} w_{it} = 1; \quad \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} \leq C_o;$$

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; \quad 0 \leq w_{it} \leq 1; \quad j = 1, \dots, k_i; \quad t = 1, \dots, n_i; \quad i = 1, \dots, N.$$

Вместе с тем методики оценки условных вероятностей  $P(A_i | B_{ij})$  и  $P(A_i | B_{ij} | \Pi_{it})$  преимущественно основываются на экспертных оценках, а поэтому являются приближенными и имеют значительную погрешность. Поэтому жесткая рекомендация применения того или иного набора средств и мероприятий обеспечения ПБ не является оправданной, тем более, что на вероятность полного обеспечения ПБ могут влиять конкретные слабо формализуемые факторы и условия. Таким образом, в целом ряде случаев оказывается необходимо оценить степень предпочтения одного набора средств и мероприятий, по сравнению с другими, то есть оценить с какой частотой следует применять тот или иной набор средств и мероприятий обеспечения ПБ. Другими словами, следует оценить оптимальные значения безусловных вероятностей  $q_{ij}$ , для чего требуется решить оптимизационные задачи (13) и (14) в смешанных стратегиях:

$$(\ln P)_{\max} = \max_{q_{ij}} \sum_{i=1}^N \ln \left[ \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij} \right], \quad (15)$$

$$\text{при } \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} \leq C_0;$$

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; j = 1, \dots, k_i; i = 1, \dots, N.$$

$$(\ln P)_{\max} = \max_{q_{ij}} \min_{w_{it}} \sum_{j=1}^n \ln \sum_{i=1}^{k_j} d_{ijt} q_{ij} w_{it}, \quad (16)$$

$$\text{при } \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{t=1}^{n_i} w_{it} = 1; \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} \leq C_0;$$

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; 0 \leq w_{it} \leq 1; j = 1, \dots, k_i; t = 1, \dots, n_i; i = 1, \dots, N.$$

Нами было проведено логарифмирование критерия оптимизации, позволившее получить аддитивный по участкам объекта критерий эффективности, каждое слагаемое которого зависит от безусловных вероятностей применения набора средств и мероприятий, обеспечивающих пожарную безопасность соответствующего участка защищаемого объекта, и представляет собой логарифм вероятности полного обеспечения ПБ участка. Далее распределим стоимостной ресурс  $C_0$ , отведенный на функционирование набора средств и мероприятий, позволяющих обеспечить полную пожарную безопасность на всех участках объекта. Тогда задача оптимизации порядка применения обеспечивающих ПБ средств и мероприятий с учетом стоимостных ограничений при усредненном проявлении различных наборов дестабилизирующих пожарную безопасность объекта факторов представляется в виде суперпозиции задачи динамического программирования (распределения ресурсов):

$$(\ln P)_{\max} = \max_{c_1, \dots, c_N} \sum_{i=1}^N \phi_i(C_i), \quad (17)$$

$$\text{при } C_1 + \dots + C_N = C_0;$$

и задачи линейного программирования:

$$\phi_i(C_i) = \max_{q_{i1}, \dots, q_{ik_i}} \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij}, \quad (18)$$

$$\text{при } 0 \leq q_{ij} \leq 1; \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} = C_i.$$

Посредством (18) при фиксированных  $C_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) задается параметрическое по  $C_i$  семейство из  $N$  задач линейного программирования, решение которых позволяет определить оптимальный

в смысле максимизации вероятности  $P_i$  обеспечения полной пожарной безопасности  $i$ -го участка объекта набор безусловных вероятностей  $q_{i1}, \dots, q_{ik_i}$ :

$$\Phi_i(C_i) = \max_{q_{i1}, \dots, q_{ik_i}} \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} r_{ij}, \quad (19)$$

$$\text{при } 0 \leq q_{ij} \leq 1; \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} \leq C_i.$$

Отметим, что в отличие от задачи (19) в задаче (18) в стоимостном ограничении стоит равенство. Это обусловлено тем, что при решении в смешанных стратегиях вероятности  $q_{ij}$  изменяются не дискретно («0» или «1»), а непрерывно, в результате чего, с одной стороны, равенство всегда достигается, а с другой – из теории линейного программирования следует, что оптимум лежит на границе симплекса, вычленяемого ограничениями (две гиперплоскости) в  $R_+^{k_i}$ , что означает возможность использования стоимостного ограничения в виде равенства.

При решении задачи (19) в чистых стратегиях было доказано, что стоимостное ограничение  $C_i$  с точки зрения возможности получения различных оптимальных стратегий  $j_i^{\text{опт}}(C_i)$  могут принимать  $k_i$  значений из множества удельных амортизационных стоимостей  $\{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$ .

В случае решения задачи (18), т.е. оптимизации в смешанных стратегиях, изменение ограничения  $C_i$  в общем случае является непрерывным, но его увеличение на величину  $C_i^* = \max_{j=1, \dots, k_i} c_{ij}$  не имеет смысла, поскольку такому ограничению соответствует решение задачи (18) в чистых стратегиях  $j_i^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}})$ , определяемой условием

$$r_{ij_i^{\text{опт}}(C_i^*)} = \max_{j=1, \dots, k_i} r_{ij}. \quad (20)$$

Таким образом, областью целесообразного изменения стоимостного ограничения  $C_i$  является отрезок  $[0, C_i^*]$ . Данный факт следует учесть при решении задачи (17) методом динамического программирования с целью снижения вычислительных затрат на его реализацию.

Для численного решения задачи линейного программирования (18) воспользуемся алгоритмом симплекс-метода [Л. 6]. Поскольку симплекс, отсекаемый из  $R_+^{k_i}$  двумя плоскостями – ограничениями, в силу  $c_{ij} \geq 0$  является выпуклым, то согласно теории линейного программирования [6] решение  $\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i)\}$  задачи (18) существует и определяется с помощью алгоритма симплекс-метода однозначно за конечное число шагов. В результате решение задачи (18) запишем в виде

$$\Phi_i(C_i) = \max_{q_{i1}, \dots, q_{ik_i}} \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij} = \sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} q_{ij}^{\text{опт}}(C_i), \quad (21)$$

$$\text{где } 0 \leq q_{ij} \leq 1; \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} = C_i; c_{ij} \geq 0.$$

Соотношение (21) однозначно определяет функцию  $\Phi_i(C_i)$ . После такого ее определения можно приступить к решению задачи динамического программирования (17), которая с учетом принципа оптимальности Беллмана преобразуется к виду

$$\begin{aligned} (\ln P)_{\max} &= \max_{C_1} F_1(C_1); \\ F_i(C_i) &= \ln \Phi_i(C_i) + \max_{C_{i+1}} F_{i+1}(C_{i+1}); \end{aligned} \quad (22)$$

$$i = 1, \dots, N-1; F_N = \ln \Phi_N(C_N); C_1 + \dots + C_N = C_0.$$

Задача (22) является классической задачей динамического программирования [7]. Однако примененный нами для решения подобной задачи (23)

$$(\ln P)_{\max} = \max_{C_1} F_1(C_1); \quad (23)$$

$$F_i(C_i) = \ln \phi_i(C_i) + \max_{C_{i+1}} F_{i+1}(C_{i+1});$$

$$i = 2, \dots, N-1; F_N = \max_{C_N} \ln \phi_N(C_N).$$

При оптимизации набора средств и мероприятий обеспечения ПБ в чистых стратегиях алгоритм Беллмана применим в классическом случае для конечных множеств изменения  $C_i$ , которые были определены при решении задачи (19). В случае задачи (22) область изменения  $C_i$  является отрезком  $[0, C_i^*]$ , который является ограниченным, но не дискретным множеством. Решение задачи динамического программирования численным методом [7] в случае непрерывного изменения  $C_i$  является крайне трудоемкой вычислительной задачей [9]. Однако следует отметить, что удельные амортизационные стоимости  $c_{ij}$  вычисляются с некоторой погрешностью и с достаточной степенью экспертной условности. Поэтому в непрерывном изменении  $C_i$  на практике смысла нет, тем более что и денежное исчисление имеет явную дискретность. Так, например, суммы, как правило, округляются до рублей. Таким образом, можно ввести дискрет изменения стоимостей  $\delta_c$ . После введения такого дискрета, множество изменений  $C_i$  становятся дискретными и конечными, что позволяет применить для решения задачи динамического программирования (17) классический алгоритм Беллмана [10] и получить при этом решение оптимизационной задачи (13) с достаточной для практики точностью. Другими словами, решением оптимизационной задачи (17)–(18) будет набор безусловных вероятностей  $\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}}), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}})\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , где  $\{C_1^{\text{опт}}, \dots, C_N^{\text{опт}}\}$  – решение задачи (17), а  $\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}}), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}})\}$  – соответствующие ему решения семейства задач (18).

Остается уточнить, из каких соображений выбирать  $\delta_c$ . Определение  $c_{ij}$  с точностью 5–10 % является вполне допустимым на практике. Поэтому можно в качестве дискрета изменения стоимостей применять величину

$$\delta_c = 0,1 \min c_{ij}; i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, k_i. \quad (24)$$

Приступим, наконец, к решению в смешанных стратегиях задачи (14), т.е. к оптимизации порядка применения обеспечивающих полную пожарную безопасность наборов средств и мероприятий ПБ с учетом проявления дестабилизирующих пожарную безопасность объекта факторов.

Так же, как и задача (13), она записывается в виде задачи распределения ресурсов (17)–(18). Оптимизационную задачу (14) запишем в виде суперпозиции задачи динамического программирования:

$$(\ln P)_{\max} = \max_{C_1, \dots, C_N} \sum_{i=1}^N \Psi_i(C_i) \quad (25)$$

при  $C_1 + \dots + C_N = C_0$ ;

и задачи отыскания нижней цены матричной игры:

$$\Psi_i(C_i) = \max_{q_{i1}, \dots, q_{ik_i}} \min_{w_{i1}, \dots, w_{in_i}} \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{t=1}^{n_i} d_{ijt} q_{ij} w_{it} \quad (26)$$

при

$$0 \leq q_{ij} \leq 1; 0 \leq w_{it} \leq 1; \sum_{j=1}^{k_i} q_{ij} = 1; \sum_{t=1}^{n_i} w_{it} = 1; \sum_{j=1}^{k_i} c_{ij} q_{ij} = C_i.$$



Задачу (26) от классической матричной игры отличает лишь наличие стоимостного ограничения, что в общем случае может привести к уменьшению области допустимых значений вероятностей  $q_{ij}$ , и к отличию решения задачи (26) от решения классической матричной игры из (26) без этого ограничения. Поэтому задачу (26) следует решать методом последовательного решения задач линейного программирования [11]. Таким образом, наборы значений безусловных вероятностей  $\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i)\}$  и  $\{w_{i1}^{\text{опт}}(C_i), \dots, w_{in_i}^{\text{опт}}(C_i)\}$ , являющиеся решением матричной игры (26), однозначно определяют функцию

$$\psi_i(C_i) = \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{l=1}^{n_i} d_{ijl} q_{ij}^{\text{опт}}(C_i) w_{il}^{\text{опт}}(C_i). \quad (27)$$

После чего с учетом изложенной выше дискретизации стоимостных ограничений остается с помощью классического алгоритма Беллмана [7] решить задачу динамического программирования (25), переписав ее в виде

$$\begin{aligned} (\ln P)_{\max} &= \max_{C_1} G_1(C_1); \\ G_i(C_i) &= \ln \psi_i(C_i) + \max_{C_{i+1}} G_{i+1}(C_{i+1}); \\ i &= 1, \dots, N-1; G_N = \ln \psi_N(C_N); C_1 + \dots + C_N = C_0. \end{aligned} \quad (28)$$

Многократно решая задачу (26), определяется семейство по  $C_1, \dots, C_N$  оптимальных смешанных стратегий  $\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i)\}; \{w_{i1}^{\text{опт}}(C_i), \dots, w_{in_i}^{\text{опт}}(C_i)\}; i=1, \dots, N$ , применение набора средств и мероприятий, обеспечивающих полную пожарную безопасность на всех участках защищаемого объекта.

В результате получаем оптимальное решение задачи (14):

$$\begin{aligned} &\{C_1^{\text{опт}}, \dots, C_N^{\text{опт}}\}; \\ &\{q_{i1}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}}), \dots, q_{ik_i}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}})\}; \{w_{i1}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}}), \dots, w_{in_i}^{\text{опт}}(C_i^{\text{опт}})\}; \\ &i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

### Заключение

Предложенная методика позволяет определить оптимальные с точки зрения максимизации вероятности полного обеспечения пожарной безопасности объекта, т.е. исключения возникновения пожара, частоты (вероятности) использования различных наборов средств и мероприятий обеспечения ПБ, как с учетом проявления дестабилизирующих пожарную безопасность факторов, так и без него.

### Библиографический список

1. Школьников, А. Д. Основы теории игр / А. Д. Школьников. – Л., 1970.
2. Горелик, В. А. Теория игр и исследование операций / В. А. Горелик. – М., 1978.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи. Принципы. Методология / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1988.
4. Шерстобитов, В. В. Математическое программирование / В. В. Шерстобитов. – Л., 1970. – Ч. 2.
5. Шерстобитов, В. В. Математическое программирование / В. В. Шерстобитов. – Л., 1969. – Ч. 1.
6. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высш. шк., 1998.
7. Юрков, Н. К. Риски отказов сложных технических систем / Н. К. Юрков, В. А. Ермолаев, Ю. А. Романенко // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2014. – Т. 1. – С. 46–49.
8. Дедков, В. К. Компьютерное моделирование характеристик надежности нестареющих восстанавливаемых объектов / В. К. Дедков, Н. А. Северцев // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2010. – Т. 1. – С. 368–370.
9. Абдурагимов, И. М. Еще раз о принципиальной невозможности выполнения расчетов пожарных рисков детерминированными методами / И. М. Абдурагимов // Пожаровзрывобезопасность. – 2013. – Т. 22, № 6. – С. 13–23.

10. Абрамов, О. В. Оценка техногенного риска неконтролируемых систем / О. В. Абрамов // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2018. – Т. 1. – С. 3–5.
11. Гурьянова, Л. С. Повышение помехозащищенности пожарных извещателей / Л. С. Гурьянова, Д. В. Киселева, В. И. Кулапин // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2018. – Т. 2. – С. 66–69.

### References

1. Shkol'nikov A. D. *Osnovy teorii igr* [Fundamentals of game theory]. Leningrad, 1970.
2. Gorelik V. A. *Teoriya igr i issledovanie operacij* [The theory of game and operations research]. Moscow, 1978.
3. Wentzel E. S. *Issledovanie operacij. Zadachi. Principy. Metodologiya* [Operations Research. Tasks. Principles. Methodology]. Moscow: Nauka, 1988.
4. Sherstobitov V. V. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming]. Leningrad, 1970, part 2.
5. Sherstobitov V. V. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming]. Leningrad, 1969, part 1.
6. Wentzel E. S. *Teoriya veroyatnostej* [Probability theory]. Moscow: Vysshaya shkola, 1998.
7. Yurkov N. K., Ermolaev V. A., Romanenko Yu. A. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2014, vol. 1, pp. 46–49.
8. Dedkov V. K., Severtsev N. A. *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2010, vol. 1, pp. 368–370.
9. Abduragimov I. M. *Pozharovzryvobezopasnost'* [Fire and explosion safety]. 2013, vol. 22, no. 6, pp. 13–23.
10. Abramov O. V. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2018, vol. 1, pp. 3–5.
11. Guryanova L. S., Kiseleva D. V., Kulapin V. I. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2018, vol. 2, pp. 66–69.

#### Безродный Борис Федорович

доктор технических наук, профессор,  
заместитель руководителя,  
Центр кибербезопасности АО «НИИАС»;  
заведующий кафедрой прикладной математики,  
Московский автомобильно-дорожный  
государственный технический университет  
(125319, Россия, г. Москва,  
Ленинградский проспект, 64)  
E-mail: boris-bezrodny@yandex.ru

#### Безродный Игорь Федорович

кандидат технических наук, доцент,  
научный консультант,  
Научно-производственное предприятие «ГЕРДА»  
(125480, Россия, г. Москва, ул. В. Лациса, 17, стр. 1)  
E-mail: boris-bezrodny@yandex.ru

#### Виноградов Алексей Сергеевич

научный сотрудник,  
Институт инженерной физики  
(142210, Россия, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., 1а)  
E-mail: boris-bezrodny@yandex.ru

#### Bezrodniy Boris Fyodorovich

doctor of technical sciences, professor, deputy head,  
Center for cybersecurity JSC «NIAS»;  
head of sub-department of applied mathematics,  
Moscow State Automobile and Highway Technical  
University  
(125319, 64 Leningradskiy avenue, Moscow, Russia)

#### Bezrodny Igor Fyodorovich

candidate of technical sciences, associate professor,  
senior scientific advisor,  
Scientific-production enterprise "GERDA"  
(125480, 1, 17 V. Latsisa street, Moscow, Russia)

#### Vinogradov Alexey Sergeevich

researcher,  
Institute of engineering physics  
(142210, 1A Bol'shoy Udarnyy lane, Serpukhov,  
Moscow region, Russia)

УДК 81.92

Безродный, Б. Ф.

Оптимизация порядка применения средств и мероприятий обеспечения абсолютной пожарной безопасности объекта / Б. Ф. Безродный, И. Ф. Безродный, А. С. Виноградов // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 3 (23). – С. 133–142. – DOI 10.21685/2307-4205-2018-3-16.